

امتحان السداسي الأول 2023/2022

سؤال الدرس. (3pts)

برهن أن $p(t) - m\ddot{x}(t) = 0$ ، و على ماذا تعبر هذه المعادلة.

تمرين 1. (5pts)

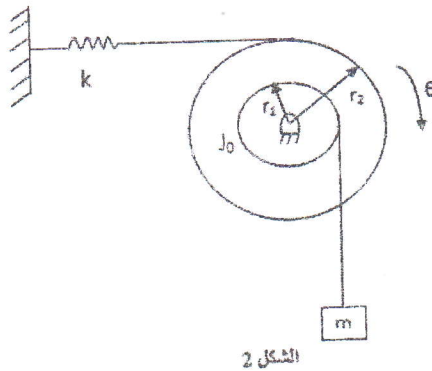
- قضيب متجانس طوله L و كتلته m يتأرجح حول طرفه (الشكل 1)، استعمل طريقة نيوتن لإيجاد:
- معادلة الحركة للنظام بدلالة L و g .
 - ذبذبة الترددات و الزمن الدوري.

تمرين 2. (6pts)

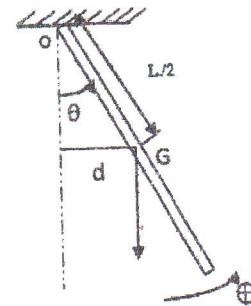
- ليكن النظام الممثل في الشكل 2، نزيح الكتلة عن موضع التوازن و نتركها تهتز باهتزازات ضعيفة.
- استعمل طريقة لاقرانج لإيجاد ذبذبة الترددات.
 - اكتب الحل الجامع (la solution générale) للحركة.

تمرين 3. (6pts)

- نفترض أن نظام في حركة توافقية (حرة) مخامدة، اكتب:
- استجابة الجهاز.
 - استجابة الجهاز عند $x(0) = x_0$ و $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$.
 - استجابة الجهاز على شكل شعاع دائري.
 - سعة الحركة و ثابت الطور.



الشكل 2



الشكل 1

حل الامتحان الاول ٢٠٢٢ - ٢٠٢٣

١) سؤال الدرس : انظر الدرس (3)

٢) التمرين ١ (5)

- معادلة الحركة

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_0 \frac{d\theta}{dt} \quad \leftarrow \quad \vec{v}_0 = \vec{v}_0 \frac{d\theta}{dt} \quad 0,25$$

$$\sin \theta = \theta \quad d = \frac{L}{2} \cdot \sin \theta \quad \text{مع} \quad -mg \cdot d = J_0 \cdot \ddot{\theta} \quad 0,1$$

$$m \frac{L^2}{12} + \frac{mL^2}{4} = J_0 = J_{m/2} + J_{m/0} \quad 0,5$$

بعد كل الحسابات

$$\ddot{\theta} + \frac{3g}{2L} \theta = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2L}} \quad \text{دورات الترددات} \quad 0,75$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} \quad \text{الزمن الدوري} \quad 1$$

٣) التمرين ٢ (6)

- طريقة اقترح لا يعبر دوائر الترددات

$$U = \frac{1}{2} K (r_2 \theta)^2 \quad 0,15$$

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m (v_0 \dot{\theta})^2 \quad 0,15$$

$$L = T - U \quad \text{الاقتران هي}$$

$$L = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m (v_0 \dot{\theta})^2 - \frac{1}{2} K (r_2 \theta)^2 \quad 1$$

$$0,1- \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = (I + m r_2^2) \ddot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = (I + m r_2^2) \ddot{\theta} \quad 0,1-$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -K r_2^2 \theta \quad 0,1-$$

معادلة الحركة هي: $\ddot{\theta} + \frac{K \cdot r_2^2}{I + m r_2^2} \theta = 0$ 1

دالة الترددات: $\omega = \sqrt{\frac{K \cdot r_2^2}{I + m r_2^2}}$ 0,1-

* الحل العام هو $\theta(t) = A \cos(\omega t - \phi)$ 0,1-

التمرين 3 (6)

النظام في حركة حرة مضادة إذا معادلة

الحركة هي $m \ddot{x} + C \dot{x} + K x = 0$ 0,1-

- استجابة النظام هي $x(t) = e^{-\xi \omega t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t)$ 0,1-

- استجابة النظام عند الشروط الأولية $x(0) = x_0$ و $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$

بحر كل الحسابات نحصل على $B = x_0$ 0,1- و $A = \frac{\dot{x}_0 + \xi \omega x_0}{\omega_d}$ 0,1-

$x(t) = e^{-\xi \omega t} \left(\frac{\dot{x}_0 + \xi \omega x_0}{\omega_d} \sin \omega_d t + x_0 \cos \omega_d t \right)$ 1

استجابة النظام على شكل شعاع

$x(t) = \int \cdot e^{-\xi \omega t} \cos(\omega_d t - \phi)$ 0,1-

مساحة المساحة -

$$0,7r \quad \rho = \left(\frac{\dot{x}_0 + \xi \omega x_0}{\omega_D} \right)^2 + x_0^2 \Big)^{1/2}$$

مساحة المساحة -

$$0,7r \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\dot{x}_0 + \xi \omega x_0}{\omega_D x_0}$$